P38 2.67, 2.68 式チェック

ラグランジアン

$$\mathscr{L} = \frac{T}{2} h^{\alpha\beta} \left(\partial_\alpha X^\mu\right)\left(\partial_\beta X^\nu\right) g_{\mu\nu}$$

ここに、$h^{\alpha\beta}$, $g_{\mu\nu}$ は定数行列
ポアンカレ変換

$$\delta X^\mu = a^\mu{}_\nu X^\nu + b^\mu \quad \left(a_{\mu\nu} + a_{\nu\mu} = 0\right)$$

に対して、

$$\mathscr{L}\left(X + \delta X\right) - \mathscr{L}\left(X\right) = \partial^\alpha \mathscr{T}_\alpha - \left(\partial^\alpha \partial_\alpha X^\mu\right)\delta X_\mu$$

Where

$$\begin{aligned} \mathscr{T}_\alpha &= \frac{1}{2} J_\alpha{}^{\mu\nu} a_{\mu\nu} + P_\alpha{}^\mu b_\mu \\ P_\alpha{}^\mu &= T\partial_\alpha X^\mu \\ J_\alpha{}^{\mu\nu} &= T\left(X^\mu \partial_\alpha X^\nu - X^\nu \partial_\alpha X^\mu\right) \end{aligned}$$

となる。左辺は、ポアンカレ変換不変性によりゼロ。右辺第二項は、運動方程式によりゼロ。
よって、$\mathscr{T}_\alpha$ は保存カレントになる。